

EXERCICE 1 : LA SANDWICHÉRIE

Un boulanger se lance dans la vente de sandwiches. Pour améliorer la gestion du stock d'ingrédients, son fils, élève en première S au lycée, l'observe pendant une journée.

Avec 1 baguette (Ba) et 2 tranches de fromage (Fr), il prépare 3 sandwiches (Sw).

Les ingrédients sont considérés comme des *réactifs*, consommés au fur et à mesure de la journée.

Les sandwiches sont considérés comme des *produits*, fabriqués tout au long de la journée.

Tant que le boulanger possède assez d'ingrédients, il réalise la recette que l'on peut symboliser par l'écriture :



La quantité de sandwiches fabriqués dans la journée dépend de :

- la recette (= *réaction chimique*)
- les quantités de baguettes et de tranches de fromage présentes initialement dans la boulangerie (= *quantité initiale de réactifs*).

I. Début de la journée (= état initial)

Le boulanger possède 40 baguettes (Ba), 70 tranches de fromage (Fr). Il n'a encore fabriqué aucun sandwich (Sw). L'*avancement* est égal à 0.

1. Au début de la journée, le boulanger dispose de 40 baguettes, 70 tranches de fromage et de 0 sandwiches.

II. Déroulement de la matinée

À 10h du matin, le boulanger a préparé 3 sandwiches. Il a réalisé une fois la recette de préparation des sandwiches. L'*avancement* est égal à 1.

2. En utilisant les quantités initiales, exprimer et calculer les nouvelles quantités de baguettes, tranches de fromage et sandwiches disponibles. **Regrouper ces résultats dans la ligne 2** du tableau au dos de la page.

À 10h30, le boulanger exécute une deuxième fois la recette, fabriquant ainsi 3 sandwiches de plus. L'*avancement* est égal à 2.

3. En utilisant les quantités initiales, exprimer et calculer les nouvelles quantités de baguettes, tranches de fromage et sandwiches disponibles. **Regrouper ces résultats dans la ligne 3** du tableau au dos de la page.

III. Généralisation (= en cours de transformation)

Il s'agit maintenant de généraliser les quantités disponibles à n'importe quelle heure de la journée, afin de ne pas remplir une ligne à chaque fois que la recette est réalisée.

4. Compléter les phrases suivantes :

À chaque fois que la recette est réalisée une fois, le boulanger a besoin de consommer 2 tranches de fromage.

Si la recette est réalisée x fois, ce seront alors $2x$ tranches de fromage qui seront consommées.

Au début, il y avait 70 tranches de fromage. Après x réalisations de recette, il restera $70 - 2x$ tranches de fromage.

5. En faisant le même raisonnement pour chaque élément de la recette, **compléter la ligne 4** du tableau. L'avancement est maintenant égal à x .

IV. Épuisement de l'un des ingrédients (= état final)

Le boulanger se demande quel ingrédient viendra à manquer en premier, stoppant ainsi la fabrication de sandwiches. Il dit à son fils « j'ai beaucoup plus de tranches de fromage que de baguettes, donc je vais sûrement manquer de baguettes ».

Son fils a une approche plus scientifique : « Posons deux hypothèses : soit tu manqueras de baguettes, soit tu manqueras de fromage. Déterminons le nombre maximum de recettes (= *l'avancement maximal* x_{\max}) que tu pourrais réaliser dans chaque hypothèse. Dès qu'un ingrédient devient manquant, sa quantité devient nulle, et la fabrication est stoppée ».

6. Pour les baguettes : il n'y a plus de baguettes lorsque $40 - x_{\max} = 0$. En déduire la valeur de x_{\max} si ce sont les baguettes qui s'épuisent en premier. On obtient $x_{\max} = 40$.

7. Pour le fromage : déterminer combien de fois on peut réaliser la recette avec 70 tranches de fromage (cela revient à déterminer la valeur de x_{\max} si ce sont les tranches de fromage qui s'épuisent en premier). On obtient $70 - 2x_{\max} = 0$ soit $x_{\max} = 35$.

8. Compléter la réponse du fils à son père :

« La quantité initiale de baguettes permettrait de réaliser 40 fois la recette. La quantité initiale de fromage permettrait de réaliser 35 fois la recette. »

9. Finalement, quel est l'ingrédient qui viendra à manquer en premier ? En déduire la valeur de l'avancement maximal qu'il faut retenir et **compléter la ligne 5 du tableau**.

C'est donc les tranches de fromage qui viennent à manquer en premier : $x_{\max} = 35$.

10. Faire une phrase indiquant les quantités de chacun des ingrédients restants, et la quantité de sandwiches produite. A la fin de la journée, le boulanger a fabriqué 105 sandwiches et il lui reste 5 baguettes.

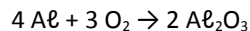
11. Quel est le *réactif limitant* (= l'ingrédient qui a stoppé la réaction) ? le *réactif en excès* (= le réactif encore présent à l'état final) ? Le réactif limitant est le fromage, les baguettes sont en excès.

Équation traduisant l'évolution du système			1 Ba + 2 Fr → 3 Sw		
	État du système	Avancement	Qtés restantes (ingrédients)		Qté produite
1	État initial : matin	0	40	70	0
2	À 10h	1	39	68	3
3	À 10h30	2	38	66	6
4	À une heure quelconque	x	40 - x	70 - 2x	3x
5	État final : un des ingrédients est totalement consommé	x_{\max}	40 - x_{\max} 40 - 35 = 5	70 - 2 x_{\max} 70 - 2×35 = 0	3 x_{\max} 3×35 = 105

EXERCICE 2 : APPLICATION À UNE RÉACTION CHIMIQUE

L'aluminium est un élément fréquemment utilisé dans l'industrie : boîtes de conserve, matériaux pour le transport, électronique,... Il peut être extrait de la bauxite, dans laquelle il est présent sous forme d'oxyde d'aluminium, l'alumine, de formule Al_2O_3 .

La formation de l'alumine peut se faire selon l'équation suivante :



1. En utilisant les raisonnements menés dans l'exercice 1, compléter le tableau d'avancement de la réaction, étant données les quantités de matière initiales fournies. Sur la dernière ligne, on indiquera des expressions en fonction de x_{\max} .

Équation traduisant l'évolution du système		4 Al + 3 O ₂ → 2 Al ₂ O ₃		
État du système	avancement	Qtés restantes (ingrédients)		Qté produite
État initial	0 mol	10 mol	12 mol	0 mol
En cours de transformation	x	10 - 4x	12 - 3x	2x
État final	x_{\max} = 2,5 mol	10 - 4 x_{\max} 10 - 4×2,5 = 0	12 - 3 x_{\max} 12 - 3×2,5 = 4,5	2 x_{\max} 2×2,5 = 5

2. Déterminer le réactif limitant de cette réaction et la valeur de x_{\max} .

Si l'aluminium est le réactif limitant, alors sa quantité de matière finale est nulle :

$$10 - 4x_{\max} = 0 \text{ soit } x_{\max} = 2,5 \text{ mol.}$$

Si le dioxygène est le réactif limitant, alors sa quantité de matière finale est nulle :

$$12 - 3x_{\max} = 0 \text{ soit } x_{\max} = 4 \text{ mol.}$$

Le réactif limitant est celui qui vient à manquer en premier, donc l'avancement maximal réellement atteint est la plus petite de ces deux valeurs, soit $x_{\max} = 2,5$ mol. C'est l'aluminium qui est limitant.

3. En déduire les valeurs des quantités de matière de réactifs et de produits à l'état final. cf. tableau d'avancement.